

Joachim Stiller

Grundriss der Philosophie V
Logik

Zur Logik

Alle Rechte vorbehalten

Logik

Die klassische Logik

Aristoteles war der Erfinder und Vater der Logik. Er begründete sie so gründlich, dass sie bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts bestand hatte und nur unwesentlich verändert wurde. Logik ist abgeleitet von dem Wort Logos. Aristoteles selber gebrauchte diesen Ausdruck noch nicht. Er nannte sie Analytik oder anders. Logik sagt nichts darüber aus, was jemand denken soll, sondern wie zu denken ist, damit wir zu richtigen Ergebnissen kommen. Die wichtigsten Elemente der Logik des Aristoteles sind die Begriffe, die Kategorien, die Urteile, die Schlüsse und die Beweise.

Die Begriffe

Unser Denken vollzieht sich in Begriffen. Aristoteles fragt nun, wie wir zu richtigen Begriffen kommen. Er meint, dass wir die Begriffe definieren müssen. Seiner Meinung nach gehören zu einer Definition zwei Elemente. Zuerst muss der Begriff in eine höhere Klasse eingeordnet werden, z.B. Der Mensch ist ein Lebewesen. Dann muss der Begriff von einem höheren abgegrenzt werden, also: Der Mensch ist ein vernunftbegabtes Lebewesen. Die Definition enthält also ein verbindendes und ein trennendes Element. Heute wissen wir allerdings, dass es eine ganze Reihe unterschiedlicher Möglichkeiten der Definition gibt. Es reicht oft schon aus, Begriffe einfach zu erklären.

Es gibt aber grundsätzlich Begriffe höherer und niederer Ordnung oder Allgemeinheit. Zu jedem Begriff können wir Oberbegriffe finden. Wir können aber auch herabsteigen zu immer engeren Artbegriffen, z.B. Lebewesen, Säugetier, Hund, Dackel, Langhaardackel, brauner Langhaardackel, dieser (spezielle) braune Langhaardackel. Die Begriffslehre des Aristoteles legt größten Wert darauf, das Absteigen und Aufsteigen in der richtigen, lückenlosen Form zu vollziehen. Aus den Begriffen bilden wir Urteile. Bei den Urteilen handelt es sich um Aussagen über etwas, eine Sache oder einen Sachverhalt, über den etwas ausgesagt wird.

Die Schlüsse

„Urteile verbinden wir zu Schlüssen. Die Lehre vom Schluss ist das Kernstück der aristotelischen Logik. Das Fortschreiten des Denkens geht nach Aristoteles immer in Schlüssen vor sich. Ein Schluss ist „eine Rede, in der aus gewissen Voraussetzungen etwas Neues hervorgeht.“ Er ist die Ableitung eines (neuen) Urteils aus anderen Urteilen. Er besteht also immer aus den Voraussetzungen (Prämissen) und der aus diesen gezogenen Schlussfolgerung (Konklusion).

Im Mittelpunkt der Schlusslehre steht der sogenannte Syllogismus. Er besteht aus drei Teilen: einem (allgemeinen) Obersatz: Alle Menschen sind sterblich; einem (speziellen) Untersatz: Sokrates ist ein Mensch. Dies sind die Prämissen. Folgerung: *Also* ist (auch) Sokrates sterblich. Aristoteles hat mehrere Grundfiguren solcher Schlüsse zusammengestellt. Einer kritischen Regung, die sich hier vielleicht beim aufmerksamen Leser bemerkbar machen mag, wollen wir insofern nachgeben, als wir auf folgendes hinweisen. Eine Schwäche dieser syllogistischen Figur liegt darin, dass dasjenige, was in der Schlussfolgerung erst herauskommen soll (Sokrates ist sterblich), eigentlich in dem Obersatz der Prämisse vorausgesetzt ist. Denn wäre Sokrates nicht sterblich, so würde eben der Obersatz: Alle Mensch sind sterblich – in der behaupteten Allgemeinheit nicht richtig sein.“ (Hans Joachim Störig: Kleine Weltgeschichte der Philosophie, S.198-199)

Der Beweis

Schlüsse endlich verknüpfen wir zu Beweisen. Beweis ist die (logisch) zwingende Herleitung eines Satzes aus anderen Sätzen vermittelt fortlaufender Schlüsse. Dasjenige, aus dem eine Behauptung bewiesen werden soll, muss natürlich seinerseits gesichert sein. Man muss es also wiederum aus übergeordneten Sätzen beweisen können. Setzt man das fort, so wird man zwangsläufig auf eine Grenze stoßen, auf Sätze allgemeinsten Charakters, die ihrerseits nicht mehr bewiesen werden können.“ (Hans Joachim Störig: Kleine Weltgeschichte der Philosophie, S.199)

Diese allgemeinen Anfangssätze sind aus sich selbst heraus begründet und sozusagen axiomatisch für die gesamte (klassische) Logik. Der oberste ist für Aristoteles der **Satz des Widerspruchs**: „Etwas, das ist, kann nicht gleichzeitig und in derselben Hinsicht nicht sein.“

Die klassische Logik kennt aber auch noch den **Satz des ausgeschlossenen Dritten**: „Zwischen Sein und Nichtsein desselben Sachverhalts gibt es kein Drittes.“

Der **Satz der Identität** ($a = a$) hingegen besagt, dass alles mit sich selber identisch ist.

Der **Satz des Unterschieds** (**a ungleich b**), der von Hegel stammt, besagt, dass alles von allem anderen verschieden ist.

Der **Satz des zureichenden Grundes**, der von Leibniz stammt, besagt, dass eine Aussage immer dann wahr ist, wenn es einen „zureichenden Grund“ (beobachtbare Tatsache) für seine Gültigkeit gibt.

Hier noch einmal die fünf logischen Sätze der klassischen Logik im Überblick:

1. Der Satz der Identität (a gleich a)
2. Der Satz des Unterschieds (a ungleich b)
3. Der Satz des Widerspruchs
4. Der Satz des ausgeschlossenen Dritten
5. Der des zureichenden Grundes.

Bisher wurden in der klassischen Logik immer nur vier allgemeine Anfangssätze angenommen. Der Satz des Unterschieds blieb dabei unberücksichtigt. Wir haben aber gesehen, dass es in Wahrheit fünf Sätze sind.

Die formale Logik

Die Logik des Aristoteles hatte 2000 Jahre bestand. Erst in der Mitte des 19. Jahrhunderts hat sich eine ganz neue Entwicklung in der Logik angebahnt, eingeleitet durch die Arbeiten von George Boole (1815–1864), Augustus de Morgan (1806-1871), vor allem aber von **Gottlob Frege** (1848-1925). Diesen Fortschritt verdankt die Logik der Methode der Formalisierung. Die formale Logik wird aufgrund der Einführung künstlicher Zeichen und Symbole auch oft Symbollogik genannt. Die Symbollogik nimmt nur zwei Wahrheitswerte an, „wahr“ und „falsch“, die mit „w“ und „f“ abgekürzt werden. Dann ergeben sich verschiedene Satzverknüpfungen der Aussagesätze „a“ und „b“ (bei Frege noch „p“ und „q“, was hier vereinfacht wurde) Wir wollen uns zunächst die wichtigsten Satzverknüpfungen und die dazugehörigen Wahrheitstabellen ansehen, allerdings ohne die Symbole mitzuliefern, auf die es nicht so sehr ankommt. Für weitere Aussagesätze „c“, „d“ usw. werden die Wahrheitstabellen entsprechend größer.

Negation	p		nicht q
	w		f
	f		w
Konjunktion	p	q	sowohl p, als auch q
	w	w	w
	w	f	f
	f	w	f
	f	f	f
Ausschließung	p	q	weder p, noch q
	w	w	f
	w	f	f
	f	w	f
	f	f	w
Nicht ausschließende Disjunktion	p	q	entweder p, oder q
	w	w	f
	w	f	w
	f	w	w
	f	f	f
materiale Implikation	p	q	immer wenn p, dann q
	w	w	w
	w	f	f
	f	w	w ??
	f	f	w ??
materiale Replikation	p	q	nur wenn p, dann q
	w	w	w
	w	f	w ??
	f	w	f
	f	f	w ??

Ich stelle noch einmal nur die materiale Implikation und die materiale Replikation dar:

materialepqimmer wenn p,
 Implikation.....dann q
www
**w**..... **f****f**
f..... ww ??
ff.....w ??

materialepqnur wenn p,
 Replikation.....dann q
www
wfw ??
**f****w****f**
ffw ??

Habe zusätzlich noch zwei Zeilen besonders hervorgehoben. Da stecken praktisch die Schlussregeln drin...

materialepqimmer wenn p,
 Implikationdann q
www.....da steckt der Modus Ponens der Implikation drin
**w**..... **f****f**...da steckt der Modus Tollens der Implikation drin
f..... ww ??
ff.....w ??

materialepqnur wenn p,
 Replikationdann q
www....da steckt der Modus Ponens der Replikation drin
wfw ??
**f****w****f**....da steckt der Modus Tollens der Replikation drin
ffw ??

Implikation und Replikation

Ich habe in der obigen Übersicht bei der Implikation und der Replikation Fragezeichen an bestimmte Stellen gemacht. Dort ist der Wahrheitswert nicht eindeutig bestimmt. Jeder kann dies durch etwas Überlegung sofort nachvollziehen, zumindest solange er noch über ein intaktes, ursprüngliches und gesundes logisches Empfinden verfügt. Nun kann man natürlich fragen, woran das liegt. Eine einfache Erklärung, die ich gefunden habe, lautet, dass die Implikation und die Replikation hypothetisch sind (Popper), und von daher der Wahrheitswert nicht immer eindeutig bestimmbar ist. Vielleicht gibt es aber auch noch andere Erklärungen. Insgesamt kann man an dieser Stelle nur feststellen, dass die beiden Aussagekalküle der Implikation und der Replikation nicht funktionieren. Sie fallen aus dem System heraus, und müssen entfernt werden. Ja, sie hätte niemals in die Liste der Aussagekalküle aufgenommen werden dürfen. Damit brechen aber weitere Teile der Logik der Aussagekalküle von Frege wie ein Kartenhaus in sich zusammen.

Würde man am Ende verbleibenden drei (vier) Aussagekalküle umfunktionieren, und daraus vier Wahrheitswerte konstruieren, was tatsächlich geht, hätte man eine klassische vierwertige Logik. Ich werde am Ende der Schrift noch einmal darauf eingehen.

Die Fuzzylogik

Die Fuzzylogik ist eine dreiwertige Logik, die in Japan entwickelt wurde. Mit ihrer Hilfe funktioniert beispielsweise die U-Bahn in Tokio. Bei der Fuzzylogik gibt es nicht nur die Wahrheitswerte wahr und falsch, sondern auch Zwischenwerte, Zwischenstufen und Abstufungen. Man kann es vergleichen mit den Grauwerten und Grauabstufungen beim Übergang von Weiß nach Schwarz. Die Fuzzy-Logik ist also eine Logik, die ganz bewusst mit bestimmten Unschärfen arbeitet

Hier die Wahrheitswerte:

- wahr
- falsch

Und nun als drittes wahlweise entweder

- weder wahr, noch falsch

oder

- sowohl wahr, als auch falsch

Die Fuzzylogik hat sich eigentlich in erster Linie in Japan durchsetzen können. Darüber hinaus wird sie kaum zur Kenntnis genommen. Das liegt wohl an der besonderen Japanischen Kultur und Mentalität.

Selbstbezügliche Paradoxien

Eine weitere dreiwertige Logik, die aber komplett anders funktioniert, als die Fuzzylogik, ergibt sich im Zusammenhang mit den sogenannten selbstbezüglichen Paradoxien. Das klassische Beispiel für eine selbstbezügliche Paradoxie, das auch Aristoteles bekannt gewesen sein dürfte, ist das Lügner-Paradox: Alle Kreter lügen, sagt der Kreter. Der Satz iteriert nun pausenlos zwischen wahr und falsch hin und her. Es ergeben sich die gleichen drei bzw. vier Wahrheitswerte, wie bei der Fuzzylogik:

- wahr
- falsch
- weder wahr noch falsch´
- sowohl wahr, als auch falsch

Der Unterschied zur Fuzzylogik ist zunächst ein semantischer, dann aber eben auch die Tatsache, dass der Wahrheitswert bei einem selbstbezüglichen Paradox pausenlos zwischen den beiden grundlegenden Wahrheitswerten wahr und falsch iteriert, d.h. hin und herspringt.

Quantenphysikalische Zustände der Superposition

Auch für die quantenphysikalischen Zustände der Superposition gelten die beiden folgenden Möglichkeiten. Sie sind

- entweder „sowohl wahr, als auch falsch“

- oder „weder wahr, noch falsch“

Dieses entspricht der Kopenhagener Deutung. Das dem zugrundeliegende Gedankenexperiment heißt „Schrödingers Katze“.

Hypothetisches und Zeitenlogisches Problem

Ich möchte hier nur auf das intentionale Problem selbst, das zeitenlogische Problem eingehen. Für das hypothetische Problem gilt im Grunde analoges, wie man sich leicht überzeugen kann. Das intentionale Problem wurde zuerst von Leibniz aufgeworfen. Berühmt ist folgender Satz:

"Morgen in der Schlacht werde ich Dich töten."

Ist der Satz wahr, oder falsch? Antwort: Das lässt sich jetzt noch nicht sagen. Erst morgen in der Schlacht wird sich herausstellen, ob der Satz heute wahr oder falsch gewesen sein wird. Zeitenlogisches Problem eben. Das führt zu einer mehrwertigen Logik, die noch etwas über die Fuzzylogik und die selbstbezüglichen Paradoxien hinausgeht. Es ergibt sich nämlich die bereits angedeutete 4-wertige Logik mit folgenden Wahrheitswerten:

- wahr

- falsch

- entweder „weder wahr, noch falsch“

- oder „sowohl wahr, als auch falsch“

- entweder wahr, oder falsch

Mehrwertige, fünfwertige Logik

Habe gerade das Problem der fünfwertigen Logik gelöst... Noch einmal zur Quantenlogik: Wir haben eigentlich in der Quantenlogik vier!!! Wahrheitswerte, die sich aber auf drei reduzieren:

- wahr

- falsch

- sowohl wahr, als auch falsch (nach Kopenhagener Deutung)

- entweder wahr, als auch falsch

Es sind offensichtlich gleich 4 Wahrheitswerte, die sich aber zu drei Wahrheitswerten reduzieren... Der dritte Wahrheitswert hat nur eine doppelte, also zweifache Formulierung... Und als mir das gerade klar wurde, erinnerte ich mich daran, dass ich bei der Fuzzy-Logik schon das gleiche entdeckt hatte, aber mit einer anderen Formulierung im Gepäck... Für die Fuzzylogik oder Unbestimmtheitslogik (alle Graustufen oder Grauwerte zwischen Weiß und Schwarz):

- wahr

- falsch

- weder wahr, noch falsch

- sowohl wahr, als auch falsch

Da war es mir schon immer klar, weshalb ich die fünfwertige Logik auch nicht mehr verfolgt habe... Ich dachte immer, das funktioniert einfach nicht... Aber ich habe mich dann natürlich gerade gefragt, ob die Rechnung denn jetzt auch mit der Zeitenlogik bzw. dem von Leibnitz so genannten intensionalen Problem auf geht (auch temporale Logik genannt)... Und siehe da, es funktioniert!!! Beispielsatz: Morgen in der Schlacht werde ich die Töten... Ob der Satz wahr oder falsch ist, erweist sich erst morgen in der Schlacht... Zum gegenwärtigen Zeitpunkt ist der Satz unbestimmt...

- wahr

- falsch

- entweder wahr, oder falsch

- zum jetzigen Zeitpunkt noch unbestimmt, also weder wahr, noch falsch, aber eben "nicht"!!! sowohl wahr, als auch falsch... Man muss es hier nur ganz genau nehmen... Damit ist das Problem der fünfwertigen Logik gelöst... Zumindest vom Grundsatz her... Das Ganze scheint irgend-eine Art Mengenproblem zu sein...

Die Dialektik

Die Dialektik ist ebenfalls eine dreiwertige Logik. Auch bei ihr gilt, wie bei jeder mehrwertigen Logik, der Satz des ausgeschlossenen Dritten nicht. Die Dialektische Denkbewegung besteht aus einem Dreischritt aus

- These

- Antithese

- Synthese

Warum die Dialektik in praktisch keinem einzigen Buch über Logik zu finden ist, liegt wohl nicht nur daran, dass die Dialektik formal aus dem Rahmen fällt, sondern vor allem auch daran, dass sie sich kaum formallogisch bzw. symbollogisch notieren lässt. Hier nun aber doch ein Vorschlag, wie man es vielleicht machen könnte:

These: A

Antithese: -A

Synthese: A²

These: A²

Antithese: -A²

Synthese: A³

Die Modallogik

Die Modallogik ist eine mehrwertige Logik, die aber komplett anders funktioniert, als die oben angedeutete fünfwertige Logik. Die Modallogik geht aber zunächst genau so von den beiden grundlegenden Wahrheitswerten wahr und falsch aus. Und jetzt kommt der Unterschied. Es werden jetzt nicht einfach weitere Wahrheitswerte gesucht, sondern diese beiden grundlegenden Wahrheitswerte werden kombiniert, und zwar zunächst mit den Modalitäten von Kant (daher

auch der Name Modallogik). Die in Frage kommenden Kantschen Modalitäten sind:

- Notwendigkeit
- Unmöglichkeit
- Möglichkeit
- Zufälligkeit

Als Kombinationen mit den beiden grundlegenden Wahrheitswerten wahr und falsch ergeben sich im Rahmen meiner eigenen Modallogik die folgenden acht Wahrheitswerte:

- notwendig wahr = unmöglich falsch
- notwendig falsch = unmöglich wahr
- möglicher Weise wahr
- möglicher Weise falsch
- zufällig wahr
- zufällig falsch

Literaturhinweis:

- Thomas Zoglauer: Einführung in die formale Logik für Philosophen

Zur Modallogik II

Nun ließe sich mein oben vorgestelltes System einer achtwertigen Modallogik noch um einiges erweitern. Man könnte das System beispielsweise um folgende Modalitäten erweitern:

- teilweise
- wahrscheinlich

Es ergibt sich nach Kombination immerhin eine 12-wertige Logik:

Modallogik (12-wertig):

- | | |
|-------------------------|---|
| - notwendig wahr | Modallogik zur Zweiwertigkeit |
| - notwendig falsch | |
| - unmöglich wahr | Modallogik zur Zweiwertigkeit |
| - unmöglich falsch | |
| - teilweise wahr | Modallogik zur unvollständigen Wahrheit |
| - teilweise falsch | |
| - wahrscheinlich wahr | Modallogik zur Wahrscheinlichkeit |
| - wahrscheinlich falsch | |
| - zufällig wahr | Modallogik zur Zufälligkeit |
| - zufällig falsch | |
| - möglicherweise wahr | Modallogik zum hypothetischen Problem und zum Zeitenproblem |
| - möglicherweise falsch | |

Über die Kategorien und die Urteile

Die Kategorien und die Urteile bei Aristoteles

Ich lasse nun einen Abschnitt aus dem Werk „Kleine Weltgeschichte der Philosophie“ von Hans Joachim Störig folgen (S.197-198):

„Es gibt Begriffe von höherer und geringerer Allgemeinheit. Lebewesen zum Beispiel ist ein allgemeinerer Begriff, als Mensch oder Hund, da es neben diesen noch andere Lebewesen gibt. Man kann, indem man von einem Begriff höherer Allgemeinheit (Gattungsbegriff) ausgeht, durch Hinzunahme immer weiterer „spezifischer Unterschiede“ zu engeren Begriffen (Artbegriffen) herabsteigen und von diesen weiter zu Begriffen, die so eng sind, dass sie sich nicht mehr in weitere Unterarten aufspalten lassen, sondern nur noch Einzelwesen unter sich begreifen: Lebewesen – Säugetier – Hund – Dackel – Langhaardackel – brauner Langhaardackel – „dieser“ braune Langhaardackel. Die Begriffslehre des Aristoteles legt größten Wert darauf, dass das Absteigen vom Allgemeinen zum Besonderen und das umgekehrte Aufsteigen sich in der richtigen, stufenweisen, kein Zwischenglied auslassenden Reihenfolge vollziehe.

Kategorie

Dieser Ausdruck ist von Aristoteles eingeführt. Aristoteles greift zunächst wahllos Begriffe heraus und prüft, ob diese sich nicht von übergeordneten Gattungsbegriffen ableiten lassen oder nicht. Auf diese Weise kommt er zu zehn Kategorien, von denen er annimmt, dass sie keinen gemeinsamen Oberbegriff mehr haben, also ursprüngliche oder Grundbegriffe aller anderen sind. Diese Kategorien bezeichnen gleichsam die verschiedenen möglichen Gesichtspunkte, unter denen sich ein Ding überhaupt betrachten lässt.

Die zehn Kategorien des Aristoteles sind: Substanz, Quantität (Menge), Qualität (Beschaffenheit), Relation (Beziehung), Ort, Zeitpunkt, Lage, Haben, Wirken, Leiden.

In späteren Aufzählungen hat Aristoteles noch einige Kategorien weggelassen. Auch sind ihm nicht alle gleichwertig. Die ersten vier sind am wichtigsten, unter diesen aber die Substanz. Es ist klar, dass sich hierüber streiten lässt. Das ist auch genugsam geschehen und wird uns noch beschäftigen. In der Neuzeit hat Immanuel Kant einen bedeutenden Versuch unternommen, eine „Tafel“ der Kategorien zu schaffen.

Urteil

Begriffe verknüpfen wir zu Sätzen oder Urteilen (im logischen, nicht etwa im juristischen Sinne). In jedem Urteil werden (mindestens) zwei Begriffe miteinander verbunden. Subjekt heißt der Begriff, über den etwas ausgesagt wird. Prädikat heißt die Aussage, die über das Subjekt gemacht wird. (...)

Aristoteles versucht Urteile in verschiedene Klassen einzuteilen. Er unterscheidet das bejahende Urteil: Diese Nelke ist Rot, von verneinenden: Diese Nelke ist nicht rot. Er unterscheidet das allgemeine Urteil: Alle Nelken welken – vom besonderen: Einige Nelken duften nicht - und vom Einzelurteil: Diese Nelke ist gelb. Er unterscheidet schließlich Urteile, die ein Sein aussagen: Diese Nelke blüht – von solchen, die ein Notwendigsein aussagen: Diese Nelke muss heute auf-

blühen – und solchen, die ein bloßes Möglichsein aussagen: Diese Nelke kann heute noch aufblühen.“ (Hans Joachim Störig: „Keine Geschichte der Philosophie“, S.197-198)

Aristoteles unterscheidet also:

- allgemeine Urteile
- besondere Urteile
- Einzelurteile

- bejahende Urteile
- verneinende Urteile

- kategorische (unbedingte) Urteile
- apodiktische (notwendiges) Urteile
- problematische (vermutendes) Urteil

Da deutet sich die Trippelgestalt schon an die Kant der Tafel der Kategorien einmal geben wird. Kant übernimmt nun praktisch diese acht Urteilsformen, und fügt noch einige weitere hinzu, wie wir gleich sehen werden.

Die Kategorien und die Urteile bei Kant

Ich lasse nun einen kurzen Abschnitt aus dem Werk „Kleine Weltgeschichte der Philosophie“ von Hans Joachim Störig folgen (S.449):

„Die „Kritik der reinen Vernunft“ besteht außer Vorrede und Einleitung aus zwei Hauptteilen: der transzendentalen Elementarlehre, die den überwiegenden Teil des Buches ausmacht, und der transzendentalen Methodenlehre. Die Elementarlehre hat wiederum zwei Teile: die transzendentalen Ästhetik behandelt das Vermögen der Sinnlichkeit, die transzendentalen Logik das Vermögen des Denkens. Die Logik hat auch wieder zwei Teile: die transzendentalen Analytik behandelt den Verstand, die transzendentalen Dialektik die Vernunft.“ (Störig, S.449)

Und nun ein etwas längerer Abschnitt aus dem Werk „Kleine Weltgeschichte der Philosophie“ von Hans Joachim Störig zur transzendentalen Analytik, S.455-458):

Das Problem

„Wie kommt Erkenntnis zustande? Es ist nichts im Verstand – hatte Locke gesagt – , was nicht vorher in den Sinnen war. Richtig – hatte Leibniz hinzugefügt – ,ausgenommen den Verstand selbst! Das bezeichnet mit einem kurzen Schlagwort auch die Antwort Kants auf diese Frage, deren Darlegung im Einzelnen nun das längste und schwierigste Stück der Kritik der reinen Vernunft bildet.

Es wurde schon zu Anfang gesagt, dass alles Denken, alle Begriffe sich nur auf die Gegenstände beziehen können, die uns durch die Anschauung gegeben werden. Begriffe ohne Anschauung sind leer. Von den beiden „Stämmen“ unseres Erkenntnisvermögens ist also der Verstand, wenn er nicht im luftleeren Raum umhertappen soll, immer auf die Sinnlichkeit angewiesen, die ihm das anschauliche Material liefert. Aber die Sinnlichkeit ist genauso sehr auf den Verstand angewiesen. Die Sinnlichkeit liefert uns Anschauungen, das heißt Empfindungen, die nach den aprio-

rischen Formen der Sinnlichkeit, Raum und Zeit, gleichsam vorgeordnet sind. Bloße Anschauung wäre uns ohne den Verstand „unverständlich“. Anschauungen ohne Begriff sind blind.

Sinnlichkeit und Verstand wirken also bei der Erkenntnis zusammen. Wie schon innerhalb der Sinnlichkeit deren apriorische Formen die Empfindungen ordnen, so formt jetzt der Verstand den Rohstoff, den die Sinnlichkeit – als Ganzes genommen – liefert, weiter, er erhebt ihn zu Begriffen und verbindet die Begriffe zu Urteilen.

Diese letztere – die verknüpfende Tätigkeit des Verstandes ist bekanntlich der Gegenstand der Logik, deren wir bei ihrem Begründer Aristoteles ausführlicher gedacht haben. Diese allgemeine Logik war seit Aristoteles' Zeiten nicht wesentlich verändert worden. Auch Kant lässt sie im Wesentlichen bestehen. Aber was Kant am Herzen liegt, ist zunächst gar nicht die Frage der allgemeinen Logik: Wie muss ich Begriffe verbinden, damit ich zu richtigen Urteilen, Schlüssen und so weiter gelange? – sondern Kants Frage ist: Wie kommt unser Verstand überhaupt zu Begriffen? Wie geht es zu, dass unser Verstand Begriffe bilden kann, die sich auf einen bestimmten Gegenstand beziehen und mit ihm übereinstimmen (denn das ist der Sinn von „Erkenntnis“)? Das ist das Thema der von Kant begründeten transzendentalen Logik.

Die Kategorien

Die Frage zu untersuchen, bietet sich zunächst folgendes, gewissermaßen experimentelles Verfahren an. Von der Annahme ausgehend, dass am Zustandekommen jedes Begriffs außer dem durch Anschauung gelieferten empirischen Element noch die formale Tätigkeit des Verstandes beteiligt ist, könnte man beliebige Begriffe vornehmen und in ihnen jeweils die beiden Elemente zu isolieren versuchen. Dieses Verfahren hätte einen großen Nachteil. Wir würden nicht zu einer vollständigen und systematischen Übersicht über die ursprünglichen verknüpfenden Verstandeshandlungen, die „reinen Verstandesbegriffe“, kommen. Wir würden weder wissen, ob die gefundenen Begriffe wirklich ursprünglich, nicht weiter zurückführbar sind, noch sicher sein, ob wir vielleicht, dank unglücklicher Auswahl der Untersuchungsobjekte, wesentliche übersehen haben. Ein anderer Weg ist besser. Für die Begriffe verknüpfende Tätigkeit des Verstandes hat bereits die Logik seit Aristoteles die Grundformen aufgefunden. Jede Begrifflichkeit ist aber ein Urteilen. Denn Urteilen heißt schließlich, Inhalte oder Merkmale verknüpfen, und das tun wir auch, wenn wir Begriffe bilden. Es müssten also, wenn Einheit in unserem Denken waltet, die Formen der Begriffsbildung denen der Urteilsbildung entsprechen.

Die **Tafel der Urteilsformen** umfasst vier mögliche Gesichtspunkte, nach denen Begriffe in Beziehung gesetzt werden können, und jeder Gesichtspunkt umfasst drei Urteilsformen:

1. Quantität
(Umfang der Gültigkeit des Urteils)
allgemeine
besondere
einzelne

2. Qualität
(Gültigkeit oder Ungültigkeit der Beziehung)
bejahende
verneinende
unendliche

3. Relation
(Art der Beziehung)
kategorische (unbedingte)
hypothetische (bedingte)
disjunktive (ausschließende)

4. Modalität
(Art der Gültigkeit der Beziehung)
problematische (vermutende)
assertorische (behauptende)

apodiktische (notwendige)

Für jede der zwölf Formen ein Beispiel:

Allgemeines Urteil: Alle Menschen sind sterblich.

Besonderes Urteil: Einige Sterne sind Planeten.

Einzelurteile: Kant ist ein Philosoph.

Bejahendes Urteil: Diese Rose ist rot.

Verneinendes Urteil: Jene Rose ist nicht rot.

Unendliches Urteil: Diese Rose ist nicht duftend (was immer sie sonst sei, dafür bleiben unendlich viele Möglichkeiten offen, daher unendliches Urteil).

Unbedingtes Urteil: Dieses Dreieck hat einen rechten Winkel.

Bedingtes Urteil: Wenn ein Dreieck einen rechten Winkel hat, sind die beiden anderen spitz.

Ausschließendes Urteil: Ein Dreieck ist entweder rechtwinklig oder spitzwinklig oder stumpfwinklig.

Vermutendes Urteil: Diese Rose kann heute aufblühen.

Behauptendes Urteil: Diese Rose wird heute aufblühen.

Notwendiges Urteil: Diese Rose muss heute aufblühen.

Was war geschehen. Kant hatte die Unterscheidung zwischen bejahendem Urteil und verneinendem Urteil von Aristoteles blind übernommen. Nur ist klar, dass sich daraus kein Trippel bilden lässt. Und bereits an der Stelle beginnt Kant zu „tricksen“ in dem er so etwas, wie ein unendliches Urteil konstruiert. Schopenhauer wird Kant später vorwerfen, in seiner Kritik blinde Fenster eingebaut zu haben, allein um der Symmetrie willen.

Kant hätte überhaupt nicht zwischen bejahendem und verneinendem Urteil unterscheiden „dürfen“. Er hätte sich stattdessen nach anderen Kriterien bzw. Gesichtspunkte für ein Trippel der Qualität umsehen müssen. Und in der Tat, es gibt so ein Trippel. Man kann nämlich viel besser zwischen positivem Urteil, komparativem Urteil und superlativem Urteil unterscheiden. Und die Negierung aller Urteile lassen wir einfach stillschweigend fallen. Oder anders gesagt, wir setzen sie einfach voraus, und nehmen sie nicht mit in unsere Tafel der Urteile auf.

Die neue Tafel der Urteile:

1. Quantität
(Umfang der Gültigkeit des Urteils)
allgemeine
besondere
einzelne

2. Qualität
(Qualität der Gültigkeit des Urteils)
superlative
komparative
positive

3. Relation
(Art der Beziehung)
kategorische (unbedingte)
hypothetische (bedingte)
disjunktive (ausschließende)

4. Modalität
(Art der Gültigkeit der Beziehung)
problematische (vermutende)
assertorische (behauptende)
apodiktische (notwendige)

In diesen Urteilsformen offenbaren sich die Grundformen unseres Denkens. Sie müssen auch der Begriffsbildung zu Grunde liegen. Wir brauchen nur hinter jeder der zwölf Urteilsformen den ihr entsprechenden Begriff zu suchen, so haben wir die Grundformen aller Begriffsbildung vor uns. Diese nennt Kant Kategorien. Zum Beispiel können wir ein allgemeines Urteil offenbar nur bilden, weil wir in unserem Verstand einen Grundbegriff „Wirklichkeit“ haben; ein verneinendes auf Grund eines Begriffs „Nichtwirklichkeit“ usw. Dies auf alle zwölf Urteilsformen angewandt, ergibt folgende **Tafel der Kategorien** (reiner Verstandesbegriffe):

<p>1. Quantität Einheit Vielheit Allheit</p>	<p>2. Qualität Realität (Wirklichkeit) Negation (Nichtwirklichkeit) Limitation (Begrenzung)</p>
<p>3. Relation Substanz und Akzidens Ursache und Wirkung Gemeinschaft (Wechselwirkung)</p>	<p>4. Modalität Möglichkeit - Unmöglichkeit Dasein – Nichtsein Notwendigkeit - Zufälligkeit</p>

Wenn wir die Kategorien von den Urteilen ableiten, und die Tafel der Urteile korrigieren, so müssen wir natürlich auch die Tafel der Kategorien korrigieren. Das sähe dann „so“ aus:

<p>1. Quantität Allheit Vielheit Einheit</p>	<p>2. Qualität Superlativ Komparativ Positiv</p>
<p>3. Relation Substanz und Akzidens Ursache und Wirkung Gemeinschaft (Wechselwirkung)</p>	<p>4. Modalität Möglichkeit - Unmöglichkeit Dasein – Nichtsein Notwendigkeit - Zufälligkeit</p>

Das Grundproblem bei Kant ist aber noch ein ganz anderes. Kant leitet die Kategorien von den Urteilen ab. Wer hat ihm denn gesagt, dass das überhaupt zulässig ist? Genauere Untersuchungen zeigen nämlich, dass das gar nicht kohärent möglich ist. Die Kategorien folgen nämlich einer komplett anderen Logik, als die Urteile. Es ist keine Frage, dass Kant in Bezug auf die Urteile großes geleistet hat. In Bezug auf die Kategorien hat er hingegen kläglich versagt. Im Grunde hätte Kant genau wie Aristoteles vorgehen, und die Kategorien ganz unabhängig von den Urteilen entwickeln müssen. Und dann zeigt sich, dass es nicht nur 12 Kategorien gibt, sondern 15. Sehen wir zum Abschluss noch meine eigenen Untersuchungen dazu, und die große Tafel der Kategorien, wie ich sie entwickelt habe.

Die Kategorien bei mir (Trippelschema)

Die Kategorien

Was ist überhaupt eine Kategorie? Der erste Philosoph, der Begriffe systematisch in seiner Logik untersuchte, war **Aristoteles**. Nehmen wir den Begriff „Hund“. Nun lassen sich Unterbegriffe bilden, wie „brauner Hund“ und „langhaariger brauner Hund“, aber auch Oberbegriffe, in denen der Begriff „Hund“ Logisch enthalten ist. Diese wären z. B. „Tier“, und dann „Lebewesen“. Dieses systematische Verfahren lässt sich auf alle Begriffe anwenden. Bilde ich aber immer die Oberbegriffe, bis es nicht mehr weiter geht, dann komme ich zu den letzten Begriffen oder den Kategorien. Aristoteles betrieb also Sprachanalyse. Er kannte 10 Kategorien:

**Quantität, Qualität, Substanz, Relation, Ort, Zeit,
Lage, Haben, Bewirken (Tätigkeit) und Leiden (Erleiden)**

In späteren Aufführungen reduzierte Aristoteles diese Kategorien noch einmal auf die vier seiner Meinung nach wichtigsten Kategorien:

Quantität, Qualität, Substanz und Relation.

Diese Untersuchung sollte, wie auch seine klassische Logik knapp 2000 Jahre Bestand haben. Der erste Philosoph, der sich wieder des Problems der Kategorien annahm, war Kant. Er betrieb nun nicht Sprachanalyse der Begriffe, sondern der Urteile und kam zu zwölf Urteilen. Dann leitete er in einem zweiten Schritt die Kategorien von den Urteilen ab. Das ist aber unzulässig, wie wir gleich sehen werden. Kant jedenfalls kam auf 12 Kategorien, die er zu je vier Kategorientripeln zusammenfasst, und zwar in völliger Analogie zu den Urteilen. Diese vier Kategorientripel nennt er:

Quantität, Qualität, Relation und Modalität.

Was war geschehen? Aufgrund der Tafel der Urteile subsumiert Kant nun die Substanz mit unter die Relation. Hatte Kant etwa keinen Begriff von Substanz und Relation? Schauen wir uns einmal die Substanz, die Relation und die Modalität etwas genauer an.

Substanz:

Auf der Grundlage der Metaphysik von Aristoteles ergibt sich folgende Stufung der Substanz::

**Gattung
Art
Individuum**

Relation:

Wir müssen grundsätzlich drei Arten von Relation unterscheiden: Räumliche Relation, Zeitliche Relation und Kausalität. Dann ergibt sich für die Relation:

**Kausalität
Zeit
Raum**

Tätigkeit:

Schließlich bin ich auch davon überzeugt, dass Kant die Modi völlig falsch, nämlich in einem logischen Sinn gefasst hat. Modi im ontologischen Sinn sind Aktiva, Passiva und Neutrum.

Aktiva
Passiva
Neutrum

Modalität:

Und am Ende kommen sogar die Modalitäten Kants wieder zu ehren, allerdings in einer etwas anderen Zusammenstellung

Möglichkeit
Notwendigkeit
Zufälligkeit

Die große Tafel der Kategorien:

Aus dem bisher gesagten können wir nun die neue Tafel der Kategorien aufstellen. Es ergibt sich folgende Übersicht:

1. Quantität	2. Qualität	3. Substanz
Allheit	Superlativ	Gattung
Vielheit	Komparativ	Art
Einheit	Positiv	Individuum
5. Relation	6. Tätigkeit	7. Modalität
Kausalität	Aktiva	Möglichkeit
Zeit	Passiva	Notwendigkeit
Raum	Neutrum	Zufälligkeit

Auf diese Weise ergibt sich eine Tafel mit 18 Kategorien, die sich zu sechs Kategorientrippeln zusammenfassen lassen. Es ist praktisch eine Erweiterung von Kant.

Meine neue Tafel der Kategorien (Quadruppelschema)

Ich möchte jetzt doch einmal ins "ganz" kalte Wasser springen und eine "ganz" neue Tafel der Kategorien entwickeln... Dabei werde ich alle Kategorientripel meiner bisherigen "neuen" Tafel der Kategorien in Quadrupel umwandeln, denn ich glaube, festgestellt zu haben, dass es entsprechend der vier Seinsebenen oder Seinsstufen (Seinsschichten) auch je vier Kategorien sein müssen...

Quantität

Allheit
Vielheit
Einheit
Keinheit

Zur Qualität ist zu sagen, dass meine Neufassung schon ganz gut war, allerdings wird sie jetzt noch durch die Negation ergänzt:

Qualität

Superlativ

Komparativ

Positiv

Negation

Substanz

Gattungsbegriff

Artbegriff

Individualbegriff

Stoff / Materie

Relation

Rationalität

Kausalität

Zeit

Raum

Tätigkeit

Aktiva

Passiva

Haben

Sein

Modalität

Müssen

Sollen

Dürfen

Können

Hier einmal die komplette Übersicht:

Quantität Allheit Vielheit Einheit Keinheit	Qualität Superlativ Komparativ Positiv Negtion	Substanz Gattungsbegriff Artbegriff Individualbegriff Stoff, Materie
Relation Rationalität Kausalität Zeit Raum	Tätigkeit Aktiva Passiva Haben Sein	Modalität Müssen Sollen Dürfen Können

Bei meiner Darstellung der nun sogar 24 Kategorienrie, Handelt es sich um den Verusch eine Synthese von Aristotles, Kant und Nicolai Hartmann.

Meine neue Tafel der Urteile (Quadruppelschema)

Hier nun meine ganz meine neue Tafel der Urteile:

Urteile nach Quantität

Allheit
Vielheit
Einheit
Keinheit

Urteile nach Qualität

Superlativ
Komparativ
Positiv
Negation

Urteile nach Substanz

Gattung
Art
Individuum
Stoff, Materie

Urteile nach Relation

Rationalität
Kausalität
Zeit
Raum

Urteile nach Tätigkeit

Aktiva
Passiva
Haben
Sein

Urteile nach Modalität

Apodiktisches Urteil
Imperatives Urteil
Erlaubendes Urteil
Problematisches Urteil

Hier einmal die komplette Übersicht:

Quantität	Qualität	Substanz
Allheit Vielheit Einheit Keinheit	Superlativ Komparativ Positiv Negtion	Gattungsbegriff Artbegriff Individualbegriff Stoff, Materie
Relation	Tätigkeit	Modalität
Rationalität Kausalität Zeit Raum	Aktiva Passiva Haben Sein	Apodiktisches Urteil Imperatives Urteil Erlaubendes Urteil Problematisches Urteil

Dann haben wir also sowohl die Kategorien, wie ich die Urteile in analoger Weise komplett dargestellt. Beide Tafeln lassen sich nun überraschend in einem Quadrupelschema darstellen, ein Ergebnis, mit dem vorher niemand gerechnet hatte, und auch nicht rechnen konnte. Damit schließe ich diese Grundlagenuntersuchung zu den Kategorien und Urteilen endgültig ab.

Kausalität, Rationalität, Implikation und Replikation

1. Kausalschluss:

Nur wenn die Sonne scheint, wasche ich das Auto. Die Sonne scheint nicht. Also wasche ich auch das Auto nicht.

Dieser Schluss ist gültig. Es handelt sich um ein gültiges Argument.

2. Kausalschluss:

Wenn es regnet, ist die Straße nass. Es regnet nicht. Also ist die Straße auch nicht nass.

Dieser Schluss ist falsch. Die Straße könnte trotzdem Nass sein, wenn auch aus anderen Gründen. Das Argument ist ungültig.

Es macht grundsätzlich einen Unterschied, ob ich sage:

1. Wenn p dann q. (Implikation)
2. Nur wenn p dann q. (Replikation)

Eine Liste der Schlussregeln:

Oberhalb des Striches steht (stehen) jeweils die nötige(n) Prämisse(n), unterhalb die Konklusion, die man daraus gewinnen kann.

1. Modus ponens (MP)

$$\begin{array}{l} (X \rightarrow Y) \\ X \\ \hline Y \end{array}$$

2. Modus tollens (MT)

$$\begin{array}{l} (X \rightarrow Y) \\ \neg Y \\ \hline \neg X \end{array}$$

Weitere Schlussregeln wären:

3. Simplifikation (Simpl)

4. Konjunktion (Kon)

5. Hypothetischer Syllogismus (HS)

6. Disjunktiver Syllogismus (DS)

7. Addition (Add)

8. Konstruktives Dilemma (KD)

9. Destruktives Dilemma (DD)

Modus ponendo ponens und Modus tollendo tollens:

Es gibt:

1. modus ponendo ponens
2. modus ponendo tollens

3. modus tollendo ponens

4. modus tollendo tollens

Interessant scheinen mir zunächst die Fälle 1 und 4 zu sein.

Modus ponende ponens:

Ein gültiges Argument von der Form: Wenn p, dann q; p also q. Z.B. Wenn der Revolver geladen ist, ist er gefährlich. Der Revolver ist geladen; also ist der Revolver gefährlich.

Modus tollendo tonens:

Ein gültiges Argument von der Form: Wenn p, dann q; nicht q; also nicht p...

Modus (ponendo) ponens und Modus (tollendo) tollens:

1. Modus ponens (Implikation)

$$\begin{array}{l} (X \rightarrow Y) \\ X \\ \hline Y \end{array}$$

2. Modus tollens (Implikation)

$$\begin{array}{l} (X \rightarrow Y) \\ \neg Y \\ \hline \neg X \end{array}$$

3. Modus ponens (Replikation)

$$\begin{array}{l} (X \leftarrow Y) \\ Y \\ \hline X \end{array}$$

4. Modus tollens (Replikation)

$$\begin{array}{l} (X \leftarrow Y) \\ \neg X \\ \hline \neg Y \end{array}$$

Interessant ist, dass in der Logik die Schlussregeln ausschließlich für die Implikation definiert sind. Die Äquivalenz ist noch gar nicht definiert. Sie findet gar keine Berücksichtigung. Das ist natürlich ein untragbarer Zustand, der dringend beendet werden muss.

Notwendige und hinreichende Bedingungen

Seien p und q Sachverhalte;

(1) Wenn gilt (d.h., wenn wahr ist): wenn p, dann q (Implikation); dann heißt p *hinreichende Bedingung* für q.

(2) Wenn gilt (d.h., wenn wahr ist): „nur“ wenn p, dann q (Replikation); dann heißt p *notwendige Bedingung* für q.

Im Falle begrifflicher Abhängigkeitsverhältnisse erlaubt die Kenntnis, dass p hinreichend für q den Schluss, dass q notwendig für p ist, und umgekehrt.

Ein prädikatenlogisches Problem

Hier einmal folgender Schluss:

- (1) Wenn etwas ein Wal ist, dann ist es ein Säugetier
- (2) Das Ding vor mir ist kein Wal
- (K) Das Ding vor mir ist kein Säugetier

Diese Form lautet allerdings nicht so (kausale Form):

(1) Wenn p dann q.

Sondern so (prädikatenlogische Form):

(2) Wenn x ein p ist, dann ist x auch ein q.

Und das ist etwas komplett anderes. Es muss hier übrigens wieder unterschieden werden zwischen den beiden folgenden Fällen:

- 1. Wenn x ein p ist, dann ist x auch ein q.
- 2. Nur wenn x ein p ist, ist x auch ein q.

Es ist praktisch die gleiche Unterscheidung, die wir schon bei Kausalschlüssen gemacht hatten:

- 1. Wenn p dann q.
- 2. Nur wenn p dann q.

Literaturhinweise:

- Wolfgang Detel: Grundkurs Philosophie - Band 1: Logik (Reclam)
- Ernst Tugendhat und Ursula Wolf: Logisch-semantische Propädeutik (Reclam)
- Thomas Zoglauer: Einführung in die formale Logik für Philosophen
- Winfried Löffler: Grundkurs Philosophie - Band 18: Einführung in die Logik (Kohlhammer Urban)
- Holm Tetens: Philosophisches Argumentieren – Eine Einführung (Beck)

Fragen und ihre formallogische Ausdrückbarkeit – Erotetische Logik

Die formale Logik ist eigentlich nur in der Lage, deskriptive Sätze darzustellen. Aussagelogisch werden solche Sätze als p , q , r , usw. geschrieben. In der Prädikatenlogik reduzieren sich die Möglichkeiten, Dagegen ist die Darstellung differenzierter. Die allgemeine Form einer (einstelligen) prädikatenlogischen Elementaraussage lautet bekanntlich $P(x)$.

Ich habe mir nun überlegt, wie man es anstellen könnte, dass auch Fragen in aussage- oder prädikatenlogischer Form darstellbar sind. Im Falle einer aussagelogischen oder prädikatenlogischen Frage wird einfach ein Fragezeichen hinter die Elementaraussage gemacht. Die möglichen Antworten sind dann Ja oder Nein oder die Wiederholung des Elementaraussage (bzw. ihre Verneinung), nur mit einem Ausrufezeichen versehen, oder eine Kombination aus beidem.

Aussagelogische Elementarfrage

Die allgemeinste Form einer aussagelogischen Elementarfrage sähe dann so aus:

Frage: $p?$ (Fragezeichen)

Antwort 1: Ja. (oder: Nein.)

Antwort 2: Ja. $p!$ (oder: Nein. $\neg p!$)

Antwort 3: $p!$ (oder: $\neg p!$)

Prädikatenlogische Elementarfrage

Die allgemeinste Form einer (einstelligen) prädikatenlogischen Elementarfrage sähe dann so aus:

Frage: $P(x)?$ (Fragezeichen)

Antwort 1: Ja. (oder: Nein.)

Antwort 2: Ja. $P(x)!$ (oder: Nein. $\neg P(x)!$)

Antwort 3: $P(x)!$ (oder: $\neg P(x)!$)

Auf diese sehr einfache Weise ist es möglich, nicht nur deskriptive Sätze (Aussagen) formallogisch darzustellen, sondern auch Fragen (interrogative Sätze). Außerdem nimmt es ein gewisses dialogisches Prinzip mit in die formale Logik auf. Wenn man nun noch bedenkt, dass theoretisch auch andere Antworten möglich sind, als Ja oder Nein, eröffnen sich auch hier ganz neue modallogische Möglichkeiten

Literaturhinweis:

- Wolfgang Detel: Grundkurs Philosophie – Band 1: Logik (Reclam)

Paradoxien der materialen Implikation und der materialen Replikation

„Die Paradoxien der materiale Implikation oder Subjunktion sind eine Gruppe von Formeln der Aussagenlogik, die zwar Tautologien, aber intuitiv problematisch sind. Die Ursache der Paradoxien liegt darin, dass die Interpretation der Wahrheit einer Implikation in der natürlichen Sprache nicht ihrer formalen Interpretation in der klassischen Logik durch Wahrheitstabellen entspricht.“ (Wiki)

„Die Aussage „Wenn es jetzt regnet, dann nehme ich einen Regenschirm mit“ wird in der klassischen Aussagenlogik mit $p \rightarrow q$ formalisiert. Diese Aussage ist nach Definition der Subjunktion falsch, wenn p wahr ist und q falsch, ansonsten wahr (wenn p falsch und q wahr, wenn p und q beide wahr, und wenn p und q beide falsch). Das folgt aus der Interpretation (der Subjunktion) als einer Wahrheitswertfunktion durch die Wahrheitstabelle (...). Wenn es also nicht regnet, ist die Aussage „Wenn es jetzt regnet, dann nehme ich einen Regenschirm mit „in beiden Fällen wahr, gleich, ob ich dann einen Regenschirm mitnehme oder nicht.

materiale Implikation	p	q	wenn p, dann q
	w	w	w
	w	f	f
	f	w	w
	f	f	w

Auch die Aussage „Wenn es morgen regnet, dann ist $2 \times 2 = 4$ “ ist aussagelogisch richtig, denn „ $2 \times 2 = 4$ “ ist ja richtig, unabhängig davon, ob es morgen regnet, oder nicht. Dieses Beispiel deutet schon auf den problematischen Punkt der Implikation hin: $p \rightarrow q$ kann wahr sein, ohne dass zwischen p und q irgendein inhaltlicher Zusammenhang besteht, denn der Wahrheitswert der Subjunktion hängt ja nur von den Wahrheitswerten von p und q ab.“ (Wiki)

Offensichtlich entsteht der Widerspruch dadurch, dass die Wahrheitstabelle falsch ist. Das gilt übrigens in gleicher Weise für die materiale Äquivalenz. Die Wahrheitstabellen sowohl der materialen Implikation, als auch der materialen Äquivalenz sind somit nicht aufrechtzuerhalten. Ich hänge eben eine entsprechende Darstellung an.

Materiale Implikation und materiale Replikation

materiale Implikation	p	q	wenn p, dann q
	w	w	w
	w	f	f
	f	w	w ??
	f	f	w ??

materiale Replikation	p	q	nur wenn p, dann q
	w	w	w
	w	f	w ??
	f	w	f
	f	f	w ??

Die Paradoxien der materialen Implikation

Hier nun die Paradoxien der materialen Implikation :

1. $(\neg p \wedge p) \rightarrow q$
2. $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
3. $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$
4. $p \rightarrow (q \vee \neg q)$
5. $(p \rightarrow \neg p) \vee (\neg p \rightarrow p)$
6. $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$

Dass alle diese Formeln Tautologien sind, kann man mit der Methode der Wahrheitstabelle überprüfen. Man kann sie aber auch schneller einsehen, wenn man die Beziehung

benutzt: Im Falle der 6. Formel oben z.B. ist der erste Teil der Disjunktion nur dann nicht wahr, wenn P wahr, aber Q falsch ist. In diesem Fall ist aber der zweite Teil der Disjunktion wahr.

Der Philosoph Chales Sanders Peirce hat die oben aufgeführte 6. Variante einmal so illustriert: Wenn man eine Zeitung Satz für Satz zerschneidet, alle Sätze in einen Hut schüttet und zwei beliebige zufällig wieder herausholt, dann ist der erste dieser Sätze eine Folgerung des zweiten oder

umgekehrt. Auch an diesem Beispiel sieht man, dass die materiale Implikation überhaupt nichts mit dem Inhalt der beteiligten Aussagen zu tun hat (sondern nur mit den Wahrheitswerten).

1. Paradoxie: Wenn nicht p und p, dann q.

Die Implikation ist laut Wahrheitstabelle dann falsch, wenn der erste Teil wahr ist, der zweite aber falsch. „Wenn nicht p und p kann aber nicht wahr sein, und dann ist die Implikation wahr. Und das ist eben kontraintuitiv.

2. Paradoxie: Wenn p, dann (wenn q, dann p).

Die Implikation ist falsch, wenn p wahr, und die Konsequenz falsch ist. Die Konsequenz ist aber falsch, wenn q wahr und p falsch ist. Und da p nicht zugleich wahr und falsch sein kann, handelt es sich um einen Widerspruch.

3. Paradox (Implikation): Wenn nicht p, dann (wenn p, dann q)

Die Implikation ist dann falsch, wenn nicht p wahr, und die Konklusion falsch. Letzteres ist nur dann der Fall, wenn p wahr und q falsch. Nicht p und p können aber nicht gleichzeitig wahr sein.

4. Paradox (Implikation) Wenn p, dann q oder nicht q

Die Implikation ist dann falsch, wenn p wahr, und die Konklusion falsch ist. Letzteres ist nur dann der Fall, wenn q falsch und nicht q ebenfalls falsch ist. und das ist unmöglich.

5. Paradox (Implikation): (wenn p, dann nicht p) oder (wenn nicht p, dann p)

Der erste Teil der Disjunktion ist falsch, wenn p wahr und nicht p falsch ist. Dann wird allerdings der zweite Teil der Disjunktion wahr, was kontraintuitiv ist

6. Paradox (Implikation): (wenn p, dann q) oder (wenn q dann p)

"Im Falle der 6. Formel oben z.B. ist der erste Teil der Disjunktion nur dann (falsch), wenn P wahr, aber Q falsch ist. In diesem Fall ist aber der zweite Teil der Disjunktion wahr." (Wiki)

Die Paradoxien der materialen Replikation

Nun können wir auch endlich die sich ergebenden Paradoxien der materialen Replikation angeben. Dabei ist lediglich zu berücksichtigen, dass die materiale Replikation nur dann falsch ist, wenn p falsch ist, und q wahr. Hier die sechs Paradoxien:

- 1. Paradox (Replikation): Nur wenn p, dann (nicht p und p).**
- 2. Paradox (Replikation): Nur wenn (nur wenn q, dann p), dann q.**
- 3. Paradox (Replikation): Nur wenn (nur wenn p, dann q), dann nicht q.**
- 4. Paradox (Replikation): Nur wenn (p oder nicht p), dann q.**
- 5. Paradox (Replikation): (Nur wenn p, dann nicht p) oder (nur wenn nicht p, dann p).**
- 6. Paradox (Replikation): (Nur wenn p, dann q) oder (nur wenn q, dann p).**

Kausalsätze sind immer hypothetisch

Bei der materialen Implikation und der materialen Replikation handelt es sich um die beiden spiegelsymmetrischen Formen von Kausalsätzen. Kausalsätze sind aber immer hypothetisch. Und dafür ist es völlig egal, ob es sich um allgemeine Urteile oder besondere Urteile handelt. Das besondere ist, dass für hypothetische Urteile niemals Wahrheitstabellen aufgestellt werden können, weil diese nicht eindeutig bestimmt sind. Der den anachronistischen Wahrheitstabellen von Implikation und Replikation zugrunde liegende Fallibilismus (Popper) ist auf die Implikation und die Replikation "nicht" anwendbar. Damit brechen die Wahrheitstabellen von Implikation und Replikation in sich zusammen.

Die Bedeutung der Replikation

"Die Replikation von zwei Aussagen ist ihre Verbindung durch den Linkspfeil, gelesen 'q nur wenn p' oder 'p ist notwendig(e Bedingung) für q'. Die Replikation ist nur falsch, wenn der Vordersatz falsch, der Nachsatz jedoch wahr ist; in allen anderen Fällen ist sie wahr. Z.B. ist die komplexe Aussage

'Nur wenn Erna eine Magisterarbeit schreibt, bekommt Erna den Magistertitel'

nur dann falsch, wenn Erna den Magistertitel bekommt, ohne eine Magisterarbeit geschrieben zu haben. Dass die Replikation wahr ist, wenn beide Aussagen zutreffen, leuchtet leicht ein. Wenn der Vordersatz wahr ist, ist sie wahr (das Schreiben einer Magisterarbeit garantiert noch keinen Magistertitel).

Die Replikation ist die angemessene aussagenlogische Darstellung für zahlreiche natürlichsprachliche Konditionalsätze, ist aber für die wissenschaftliche Theoriebildung von untergeordneter Bedeutung, weil sie leicht als Umkehrung der Implikation definierbar ist." (Ende des Auszugs)

Die Tatsache, dass die Replikation als Umkehrung der Implikation definiert ist, reicht nicht aus, ihr nur eine untergeordnete Bedeutung beizumessen. Ganz im Gegenteil kommt ihr gerade durch das spiegelbildliche Verhältnis zur Implikation eine ganz besondere Bedeutung für die Logik zu. In jedem Fall aber ist ihre Bedeutung gegenüber der Implikation eine vollkommen eigenständige, die bis heute völlig unterschätzt wird.. .

Determinismus und Willensfreiheit

Jedem Geschehen, und damit auch jeder Handlung liegt eine Ursache zugrunde. Wie kann dann aber Freiheit (des Willens) noch möglich sein.

Das Problem liegt darin begründet, dass Kausalität kein eindimensionales Problem ist. Die Logik unterscheidet drei Formen von Kausalität:

- die Implikation: (immer) wenn p, dann q
- die Replikation: nur wenn p, dann q
- die Äquivalenz: immer wenn und nur wenn p, dann q

Für uns hier von Bedeutung sind nur die Implikation und die Replikation (als zwei Formen der Kausalität). Könnte man den Grund einer Handlung im Sinne einer Implikation beschrieben, wäre die Handlung determiniert; es gäbe keine Freiheit. Da man aber den Grund einer Handlung im Sinne einer Replikation zumindest beschrieben "kann", ist der Determinismus durchbrochen. Willensfreiheit ist möglich. Der Grund: Bei der Implikation ist p hinreichende Bedingung für q. p führt also immer zu q. Bei der Replikation hingegen ist p notwendige Bedingung von q, d.h. p als Grund ist zwar erforderlich, damit q, aber p muss nicht notwendig zu q führen. Wie haben die Wahl. Eine Handlung zu tun oder zu unterlassen, unterliegt unserer freien Entscheidung. Es ist vor allem die Möglichkeit der Unterlassung einer Handlung, durch die wir frei sind... Wenn wir überhaupt handeln, dann immer nur nach den gerade stärksten Motiven oder nach "dem" stärksten Motiv. Aber. Wir "können" handeln, wir müssen es nicht. Die meisten Motive verhalten einfach ungehört... Man könnte auch sagen, wir wählen unsere tatsächlichen Handlungen aus einem Meer von Möglichkeiten aus, für uns ein entsprechendes Meer an Motiven bereitgestellt wird... Aber immer handeln wir auf Grund eines Motivs.

Joachim Stiller

Münster, 2013

Ende